

FÍSICA (INFORMÁTICA DE GESTIÓN)
SOLUCIONES
Prueba de Septiembre de 2006
ORIGINAL

PROBLEMA 2.1.1

Tenemos un sistema de cargas puntuales situadas sobre tres vértices de un cubo de lado l , véase la figura P2.1.1. En el punto $(0, 0, l)$ está la carga q , en $(0, l, 0)$ otra carga q y en $(l, 0, 0)$ la carga $-3q$. Calcular el campo y potencial eléctrico en el punto P, situado en el vértice $(0, l, l)$. Calcular el trabajo que se realiza para trasladar una carga Q desde el punto P al origen de coordenadas.

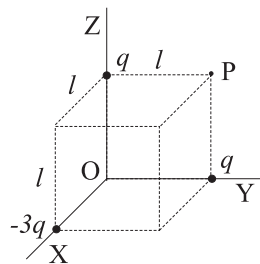


Figura P2.1.1

Solución

1) Cálculo del campo y potencial

Para calcular el campo electrostático en el punto P utilizamos la relación,

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^3 \frac{q_i(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|^3}$$

Lo primero que tenemos que expresar es los valores de los distintos vectores de posición.

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &= l(\mathbf{u}_y + \mathbf{u}_z) ; \quad \mathbf{r}_1 = l\mathbf{u}_y ; \quad \mathbf{r}_2 = l\mathbf{u}_z ; \quad \mathbf{r}_3 = l\mathbf{u}_x \\ \mathbf{r} - \mathbf{r}_1 &= l\mathbf{u}_z ; \quad |\mathbf{r} - \mathbf{r}_1| = l ; \quad \mathbf{r} - \mathbf{r}_2 = l\mathbf{u}_y ; \quad |\mathbf{r} - \mathbf{r}_2| = l \\ \mathbf{r} - \mathbf{r}_3 &= l(\mathbf{u}_y + \mathbf{u}_z - \mathbf{u}_x) ; \quad |\mathbf{r} - \mathbf{r}_3| = l\sqrt{3} \end{aligned}$$

El campo electrostático en el punto P será:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(P) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{l^3} l\mathbf{u}_z + \frac{q}{l^3} l\mathbf{u}_y - \frac{3q}{l^3\sqrt{3}} l(\mathbf{u}_y + \mathbf{u}_z - \mathbf{u}_x) \right) \\ \mathbf{E}(P) &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 l^2} \left(\frac{\sqrt{3}}{3} \mathbf{u}_x + (\mathbf{u}_y + \mathbf{u}_z) \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{3} \right) \right) \end{aligned}$$

El potencial electrostático se obtiene mediante la relación,

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^3 \frac{q_i}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|}$$

Sustituyendo los respectivos valores de cargas y vectores de posición tenemos que,

$$V(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{l} + \frac{q}{l} - \frac{3q}{l\sqrt{3}} \right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 l} (2 - \sqrt{3})$$

2) Trabajo para trasladar la carga Q

El trabajo para trasladar la carga Q desde el punto P al origen de coordenadas es igual a la carga Q por la diferencia de potencial entre los puntos P y O.

Como hemos calculado $V(P)$ en el apartado anterior, calculamos ahora $V(O)$.

$$V(O) = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \left(\frac{q}{l} + \frac{q}{l} - \frac{3q}{l} \right) = -\frac{q}{4\pi\epsilon_o l}$$

$$V(P) - V(O) = \frac{q}{4\pi\epsilon_o l} (3 - \sqrt{3}) \quad [\text{V}]$$

El trabajo realizado será,

$$W = Q (V(P) - V(O)) = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_o l} (3 - \sqrt{3}) \quad [\text{J}]$$

PROBLEMA 2.1.2

Dado el circuito indicado en la figura P2.1.2, calcular la corriente que atraviesa cada pila. Indicar de forma razonada la pila o pilas que suministran o reciben energía.

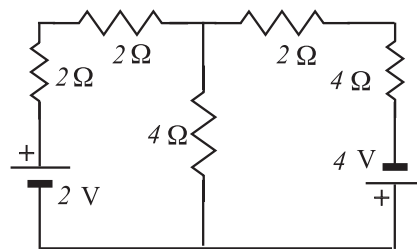


Figura P2.1.2

Solución

En primer lugar calculamos la corrientes por el método de mallas.

$$2 = 8I_1 - 4I_2$$

$$4 = -4I_1 + 10I_2$$

Resolviendo el sistema por el método de Cramer,

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -4 \\ 4 & 10 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 8 & -4 \\ -4 & 10 \end{vmatrix}} = \frac{36}{64} = \frac{9}{16} ; \quad I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 2 \\ -4 & 4 \end{vmatrix}}{64} = \frac{40}{64} = \frac{5}{8}$$

La dos corrientes tiene el sentido horario que hemos supuesto al establecer la ecuación de la red. Esto significa que las corrientes en las dos pilas entran por el polo negativo y salen por el positivo, es decir, las dos suministran energía. Dicha energía se disipa en las resistencia que hay en el circuito.

PROBLEMA 2.1.3

La figura P2.1.3 muestra una espira compuesta por tramos rectos y curvos situados en planos perpendiculares. Dicha espira está en el seno de un campo magnético $\mathbf{B} = \mathbf{u}_y B_o \cos \omega t$. Calcular la f. e. m inducida en la espira.

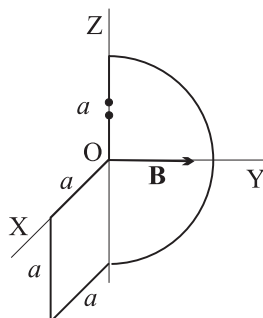


Figura P2.1.3

Solución

Para calcular la f. e. m. inducida en la espira compuesta por dos tramos, debemos calcular el flujo magnético en cada zona y sumar los flujos.

La zona en forma de semicírculo está en el plano YZ, es decir, en un plano paralelo al campo magnético $\mathbf{B} = \mathbf{u}_y$, por tanto

$$\Phi_1 = \mathbf{B} \cdot \mathbf{S}_1 = \pi \frac{l^2}{4} \mathbf{u}_x = 0$$

La zona en forma de cuadrado de lado l está en el plano XZ, por tanto,

$$\Phi_2 = \mathbf{B} \cdot \mathbf{S}_2 = B_o \cos \omega t \mathbf{u}_y \cdot \mathbf{u}_y l^2 = B_o \cos \omega t l^2$$

El flujo total es:

$$\Phi = l^2 B_o \cos \omega t$$

La f. e.m. inducida será,

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = l^2 B_o \omega \sin \omega t$$

FÍSICA (INFORMÁTICA DE GESTIÓN)

SOLUCIONES

Prueba de Septiembre de 2006

RESERVA

PROBLEMA 2.2.1

En el circuito de la figura P2.2.1 intervienen distintos componentes. Inicialmente se mantiene el conmutador S en la posición 1. Calcular la energía electrostática almacenada por cada condensador.

Una vez cargados completamente los condensadores, se pasa el conmutador S de la posición 1 a la 2. ¿Qué ocurre en la resistencia R ? ¿Qué pasa con la energía que han almacenado los condensadores en la primera posición del conmutador S? Razonar las respuestas.

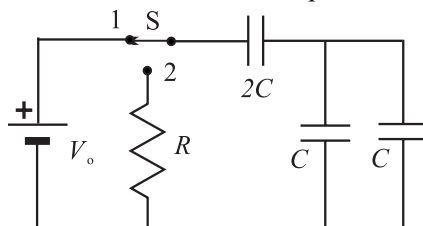


Figura P2.2.1

Solución

1) Energía electrostática almacenada

Cuando el conmutador S está en la posición 1, el sistema de condensadores se reduce a dos condensadores de capacidad $2C$ dispuestos en serie y unidos a la pila de V_o voltios. En este caso a cada condensador se le aplica un potencial igual a la mitad de V_o ($V_o/2$). En consecuencia la energía electrostática en cada condensador será,

$$W_1 = \frac{1}{2} 2C \frac{V_o^2}{2} = \frac{1}{2} C V_o^2 ; \quad W_2 = \frac{1}{2} 2C \frac{V_o^2}{2} = \frac{1}{2} C V_o^2$$

Como la energía W_2 se debe a los dos condensadores C dispuestos en paralelo, dicha energía se reparte entre los dos en partes iguales, es decir, la energía en cada uno de los condensadores que está en paralelo será,

$$W_C = \frac{1}{4} C V_o^2$$

2)

Al pasar el conmutador a la posición 2, los condensadores se descargan a través de la resistencia R , por tanto pasa corriente por ella.

La energía almacenada por los condensadores cuando S estaba en la posición 1 se disipa en la resistencia en forma de calor, es decir, se calienta la resistencia R .

PROBLEMA 2.2.2

La figura P2.2.3 muestra un circuito de corriente continua. Calcular el circuito equivalente Thévenin visto desde los terminales A-B.

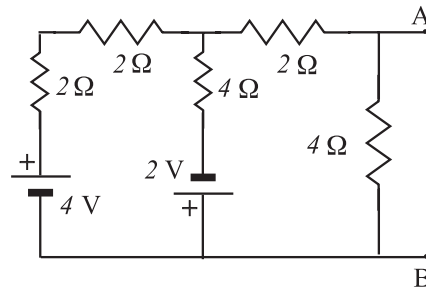


Figura P2.2.2

Solución

Para obtener los valores de la tensión y resistencia del circuito equivalente Thévenin, tenemos que calcular en primer lugar la corriente que circula por el lazo dos. Con ese objeto establecemos las ecuaciones de malla del circuito.

$$\begin{aligned} 6 &= 8I_1 - 4I_2 \\ -2 &= -4I_1 + 10I_2 \end{aligned}$$

Resolvemos el sistema de ecuaciones por el método de Cramer.

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 6 \\ -4 & -2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 8 & -4 \\ -4 & 10 \end{vmatrix}} = \frac{8}{64} = \frac{1}{8}$$

La tensión equivalente Thévenin es la que hay entre los puntos A y B, es decir, entre los bornes de la resistencia de 4Ω por la que pasa la corriente I_2 .

$$V_{AB} = 4I_2 = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ [V]}$$

La resistencia equivalente se obtiene componiendo el conjunto de resistencia que se ven desde los terminales A B cuando cortocircuitamos las pilas.

Procedemos la simplificación desde la izquierda hacia la derecha.

$$R_1 = 2 + 2 = 4 \text{ } [\Omega]$$

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \rightarrow R_2 = 2 \text{ } [\Omega]$$

$$R_3 = R_2 + 2 = 4 \text{ } [\Omega]$$

$$\frac{1}{R_o} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$R_o = 2 \text{ } [\Omega]$$

El circuito equivalente Thévenin se compone de un generador de $0,5 \text{ [V]}$ y una resistencia $R_o = 2 \text{ } [\Omega]$.

PROBLEMA 2.2.3

En el circuito indicado en la figura P1.3.3a se utiliza un diodo cuya curva $V - I$ se muestra en la figura P1.3.3b. 1) Calcular el punto de funcionamiento cuando el conmutador S está en la posición 1 y en la 2. 2) Obtener la potencia disipada en el diodo cuando el conmutador S está en la posición 2, teniendo en cuenta el punto de funcionamiento.

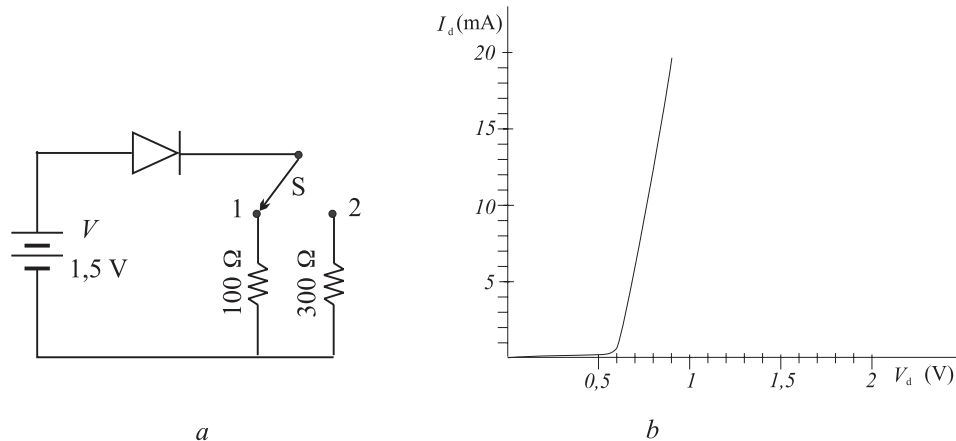


Figura P2.2.3

Solución

1) Punto de funcionamiento

La ecuación que utilizamos para determinar la recta, en sus intersección con la curva $V - I$ nos proporciona el punto de funcionamiento es:

$$V_d = V_o - R I_d$$

Cuando el conmutador está en la posición 1

$$V_d = 1,5 - 100 I_d$$

Los puntos de corte de la recta con los ejes V e I se obtienen de la forma siguiente:

$$\text{Para } I_d = 0 \rightarrow V_d = 1,5 \text{ [V]}$$

$$\text{Para } V_d = 0 \rightarrow I_d = \frac{1,5}{100} = 15 \text{ [mA]}$$

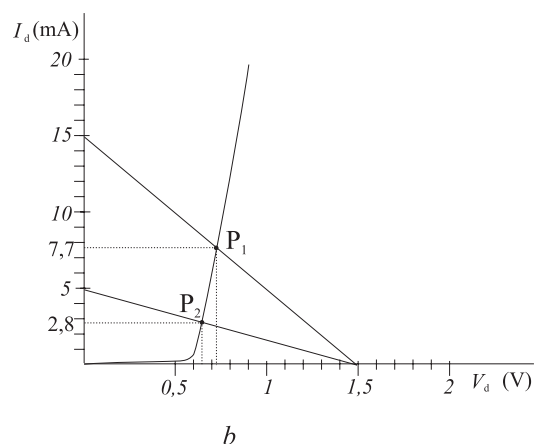


Figura P2.2.3c

En la figura P2.2.3c se muestra la recta que une los dos puntos calculados. El punto P_1 , de intersección entre la citada recta y la curva $V - I$ es:

$$P_1 \simeq (0, 72, 7, 7)$$

Procedemos de forma análoga con el conmutador en la posición 2.

$$V_d = 1,5 - 300 I_d$$

$$\text{Para } I_d = 0 \rightarrow V_d = 1,5 \text{ [V]}$$

$$\text{Para } V_d = 0 \rightarrow I_d = \frac{1,5}{300} = 5 \text{ [mA]}$$

La recta que corresponde a estos valores está dibujada en la figura P2.2.3c. El punto de intersección ahora es P_2 y sus coordenadas son:

$$P_2 = (0, 64, 2, 8)$$

2) *Potencia disipada en el diodo.*

La potencia disipada en el diodo cuando el conmutador está en la posición 2 se calcula de la siguiente manera: Es la diferencia entre la potencia suministrada por la pila cuando por el circuito circula una corriente $I_d \simeq 2,8 \text{ mA}$, y la disipada en la resistencia de 300Ω .

$$P_d = V_o I_d - 300 (I_d)^2 = 1,5 \times 2,8 \times 10^{-3} - 300 \times (2,8 \times 10^{-3})^2$$

$$P_d \simeq 1,848 \text{ [mW]}$$